DISSERTATIO

PHYSICO - MATHEMATICA

DE

PROPAGATIONE SONI

ROMÆ 1826

EX SALVIUCCIANO TYPOGRAPHIO

FACTA A PRÆSIDIBUS FACULTATE.

DE PROPAGATIONE SONI PER AEREM.

1. Sonum oriri ex motu tremulo, satisque rapido in particulis sonori corporis excitato, et longe lateque diffundi per parem motum tremulum circumfuso aeri communicatum, res est omnibus perspecta, et explorata.

Aura sonum circum fundit, cum nempe frementi
Concutitur motu, trepidatque reciprocus aer,
Cujus particulae, quibus est vis indita sese
Compressis dilatandi, in spatia arcta premuntur,
Inque vicem saliunt, expanduntarque repulsae,
Et mediis velut unda frequens se suscitat auris.
At solet unda fluens sese ulteriora propagare
In loca, demittens partem, quae se altius ante
Intulerat, tollensque profundam, quaeque quieta
Ante fuit; moti pulsus sic aeris ultra
Extenduntur, ubi constrictae dissiluere
Particulae, in spatiumque breve adduxere patentes,
Immotasque alias prius, exteriusque locatas.
His vicibus, veluti vibratur pendula virga,
Nexibus inter se vibratur particularum
Sic aer variis, et itus, reditusque repente
Multiplices peragit, finesque extendit eundo. (·)

2. Binas propositiones exhibuerat Newtonus in lib. 2. Princip. videlicet 47, et 49, quibus potissime propagatio soni declaratur, quoad ejus fieri poterat pro conditione Matheseos illorum temporum. Equidem non defuerunt qui prioris propositionis demonstrationem suspectam haberent: sed Newtonianam doctrinam ab erroris nota vindicavit La Grange (··).

(·) Benedictus Stay Philos. recent. lib. 5. v. 1631.
(··) Mem. de l'Academ. de Berlin. An. 1786.

Quod si peccare quodammodo videtur, ideo solum est quia universali ratione minime procedit. Caeterum Newtoni theoriam expolivit perfecitque laudatus Auctor, qui praeterea non dubitat affirmare, in ipsa germen includi verae theoriae, quae postmodum Analyseos ope restituta est.

Quamvis autem theoriae fundamenta jecerit Newtonus, aliique excoluerint, et mirifice auxerint, valida tamen difficultas diluenda supererat: experientia enim spatium, per quod intervallo unius minuti secundi sonus diffunditur, multo majus praebebat, quam ipsa theoria ostenderet. Accelerationem hanc tum crassitudini solidarum partium aeris, tum vaporibus in aere latentibus tribuendam esse arbitrabatur Newtonus(·): in diversas sententias ivit Eulerus (··); ast opinionum varietatem recensere supervacaneum putamus, cum veram phaenomeni causam jam aperuerit La Place.

Animadverterat utique La Grange (···) suppeditatam ab experientia soni celeritatem, ex analysi quoque derivari posse, modo in compressione aeris, rapidius augeri dicatur elasticitas, quam densitas: hujusmodi tamen elasticitatis incrementum contrarium esse existimavit Vir cl. notissimae Mariotti legi de ipsa aeris compressione. At vero contrarium non esse facile intelligemus, si caloricum, attendamus, quod in ipso condensationis actu sese explicat. Sic incrementum illud praefatae legi conciliavit La Place, atque theoriam cum experientia composuit.

Soni propagationem aptissimum argumentum fore censuimus hujusce litterariae exercitationis, in qua et nostrorum in Mathematicis disciplinis studiorum specimen exibendum est aliquod, et ipsius Mathesis ad naturae investigationem non utilitas tantum, sed etiam necessitas ostendenda. Verum ante-

---

(·) Schol. ad prop. 50. lib. 2. Princip.

(··) Opuscula Tom. 2 Conjectura physica circa propag. soni, ac luminis. Histoire de l'Acad. de Berlin. An. 1759. Novi Comment. Acad. Petrop. Tom. 16.

(···) Miscellanea Taurinensia Tom. 2. *Pars* 2. pag. 153.

quam operi manum admoveamus, nonnulla juvabit praemittere, quae cum argumento, quod animus pertractaturi maxime consocientur.

3. Ac primo quidem fluidum quodvis elasticum, & permanens, ita ob calorem aequabiliter expanditur, quandiu eandem sustinet pressionem p, ut volumen 1, quod sub temperie incipientis glaciei obtinebat, increscat partibus 0,00375 pro singulis gradibus thermometri centigr. (·) Inde fit, ut posito $0{,}00375 = e$, volumen 1 evadat $1 + en$, si ultra $0°$ augeatur temperies gradibus n. Jam permanente n restituatur fluidum vi pressionis p' in pristinum volumen 1; erit densitas fluidi expansi ad densitatem fluidi sic restituti, ut $1 : 1 + en$, proindeque $1 : 1 + n = p : p'$. Cum igitur perseverante densitate, et variata temperie, crescat elasticitas fluidi ut $1 + en$; ac temperie manente, mutata vero densitate, crescat ut densitas ipsa, facile intelligitur quod, quaecumque sit densitas D, esse generatim debeat vis elastica, seu respondens pressio

$$P = bD\,(1 + en).$$

Ad aerem atmosphaericum quod attinet, sic determinari potest coefficiens b. Exprimat g gravitatem, sitque 1 densitas, qua pollet mercurius, quando $n = 0°$. Quoniam sub pressione barometrica $P = g.\,0^m,76$, ac temperie $n = 0°$ densitas aeris est

$$D = \frac{1}{10466{,}82}\ (\cdot\cdot),\ \text{iccirco}\ g.\,0^m,76 = \frac{b}{10466{,}82}$$

unde $b = g.\,0{,}76.\,10466{,}82$.

4. Secundo: crescat D parum admodum, et evadat $D\,(1 + \delta)$; augebitur aliquantulum etiam n in ipso condensationis actu: sit ϑ hujusmodi temperiei incrementum. Elasticitas P, quae ob auctam densitatem evaderet $P\,(1 + \delta)$, augescet adhuc propter

(·) Biot; Taité de Physique. Liv. 1. Chap. 9.

(··) Biot; Precis element. de Pys. Edition. 2. Tom. 1. pag. 319.

incrementum ω: sed ω omnino pendet ex δ; novum ergo elasticitatis incrementum pendebit rursus ex δ, eritque ob incrementorum tenuitatem ipsi δ ad sensum proportionale. Hinc, neglecta δ^2, prodit fluidi elasticitas ex duplici capite aucta

$$P(1+\delta)(1+\beta\delta)=P\Big(1+\delta(1+\beta)\Big)=bD(1+en)\Big(1+\delta(1+\beta)\Big).$$

5.° Tertio: haec ipsa elasticitas potest exprimi (3°) per $bD(1+\delta)(1+(n+\omega)e)$; ergo

$$(1+en)\Big(1+\delta(1+\beta)\Big)=(1+\delta)\Big(1+(n+\omega)e\Big)$$

unde, omisso $\delta\omega e$, habetur coefficiens

$$\beta=\frac{\omega e}{\delta(1+en)}$$

Ponamus nunc vase aliquo accurate obserato aerem contineri ejusdem densitatis D, ac temperiei n cum aere externo; sitque h altitudo barometrica utrique communis. Concipiatur extrahi e vase aliquantulum inclusi aeris, vel qui erat inclusus aliquantulo magis comprimi, et denotet $D(1\mp\delta')$ densitatem, h' altitudinem barometricam, postquam aer intra vas ad pristinam redierit temperiem n.

Tum constituta parumper communicatione cum externo aere, donec nimirum h' redigatur ad h, mutationem quandam suscipiet tam $D(1\mp\delta')$ quam n; et illa quidem transformabitur in $D(1\mp\delta')(1\pm\delta)$, haec autem in $n\pm\omega$.

Sed cum ω brevi evanescat, et sola n supersit, quin varietur $D(1\mp\delta')(1\pm\delta)$, mutabitur iterum h, et evadet h''.

Alteram instituendi experimenti rationem sequuti sunt Desormes, et Clement; alteram Gay-Lussac, et Welter (.) Inspiciatur sequens tabella

(.) Connaissance des temps pour l'an 1825 pag. 304; 360.

Desormes et Clement.

$n = 12^\circ,5$

$h = 0^m,7665$

$h - h' = 0^m,01381$

$h - h'' = 0^m,003611$

h' sese restituit ad h intra tempus $< \frac{1''}{5}$

Gay-Lussac, et Welter.

$n = 13^\circ$

$h = 0^m,757$

$h' - h = 0^m,0163644$

$h'' - h = 0^m,0044409$

h' sese restituit ad h intra tempus $< \frac{1''}{6}$

Jam vero quisque intelligit fore (3°)

$$h'g = bD(1 \mp \delta')(1 + en)$$

$$hg = bD(1 \mp \delta')(1 \pm \delta)(1 + e(n \pm \omega))$$

$$h''g = bD(1 \mp \delta')(1 \pm \delta)(1 + en).$$

Hinc obtinetur

$$\frac{h''}{h'} = 1 \pm \delta \; ; \pm \delta = \frac{h'' - h'}{h'}$$

$$\frac{h}{h''} = 1 \pm \frac{e\omega}{1 + en} \; ; \pm \omega = \left(\frac{h - h''}{h''}\right)\left(\frac{1 + en}{e}\right) \; ;$$ ideoque

$$\frac{\omega}{A}=\frac{h'(h-h'')}{h''(h''-h')}\left(\frac{1+en}{e}\right).$$

$$\text{Igitur } \beta=\frac{h'(h-h'')}{h''(h''-h')}$$

Coefficiens β neque ex temperie, neque ex pressione pendere videtur (·). Jam si pro h, h′, h″ substituantur numeri ex Gay-Lussac, et Welter desumpti, habetur

$\beta=0,3785020934.$

La Place, substitutis iisdem numeris, in sua formula, elicit 0,37244. Poisson usus experimentis DD.um Clement, et Desormes, eruit 0,3492 (··). Ivory assumit $\frac{1}{3}$ (···). Etiam La Grange proposuerat $\frac{1}{3}$ (····).

6. Hisce omnibus declaratis, tubum imaginemur angustissimum, indefinite longum, et inaequaliter amplum, quo aer contineatur eadem ubique pollens temperie n, et densitate D; non enim ad aeris gravitatem in praesens attendimus. Concipiantur in aere incluso infinitae numero sectiones ad axem tubi perpendiculares, sitque Z amplitudo sectionis ad distantiam z computatam in ipso axe ab origine quadam fixa. Concutiantur, sicque de suo turbentur aequilibrio aerea strata inter originem comprehensa, et datam sectionem ab ipsa origine sejunctam per distantiam r. Talem vero in densitate variationem patiantur, et volocitatem recipiant, ut utraque admodum parva existat, et altera repraesentari queat per functionem $\varphi' z$, altera per φz: in hujusmodi autem functionibus non debet z praetergredi r. Quibus positis investiganda lex est, qua per reliquum aerem concussio illa propagatur.

(·) Ibid. pag. 307.
(··) Annales de Chim. et de Phys. Tom. 23. pag. 10.
(···) Bibliotheque universelle. Tom. 30. pag. 24.
(····) Miscell. Taur. loc. cit.

7. Finge jam pervenisse motum ad distantiam z, ibique aereas particulas jam esse densatas, et velocitate v praeditas. In ea igitur distantia elasticitas P evasit (4°)

$$P(1+\delta(1+\beta)) \quad \ldots \quad A;$$

quae vero elasticitas distantiae $z+dz$ respondet, exhiberi poterit per

$$P(1+\delta(1+\beta)) + P(1+\beta)\left(\frac{d\delta}{dz}\right)dz \quad \ldots \quad A'$$

Urgent hae vires ad plagas oppositas aereum stratum, cujus crassities $=dz$. Idem praeterea stratum, ut ex Dynamica compertum est, pollet vi motrice actuali

$$ZD(1+\delta)\left(\frac{dv}{dt}\right)dz \quad \ldots \quad A''.$$

Ergo, ob notissimum d'Alamberti principium, aequilibrium constituatur oportet inter vim motricem actualem, negative sumptam

$$-A''$$

et vim communicatam

$$(A-A')(Z+dZ).$$

Quocirca

$$(A-A')(Z+dZ)-A''=0=P(1+\beta)\left(\frac{d\delta}{dz}\right)+D(1+\delta)\left(\frac{dv}{dt}\right).$$

Missis terminis, quorum dimensio, ratione habita ad v, δ, ultra primam est; quod posthac constanter servabimus: facto insuper (3°)

$$x^2=\frac{P}{D}(1+\beta)=b(1+en)(1+\beta),$$

prodit

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)+K^2\left(\frac{d\delta}{dz}\right)=0 \quad \ldots\ldots (a)$$

8. Utcumque varietur tempus, permanet massa $ZD(1+\delta)dz$ aerei strati, quod supra (7°) consideravimus: sed elapso tempusculo dt, quantitates Z, δ, z evadunt

$$Z+\left(\frac{dZ}{dz}\right)dz=Z+\left(\frac{dZ}{dz}\right)vdt \ldots\ldots B$$

$$\delta+\left(\frac{d\delta}{dz}\right)dz+\left(\frac{d\delta}{dt}\right)dt=\delta+\left(\frac{d\delta}{dz}\right)vdt+\left(\frac{d\delta}{dt}\right)dt \ldots\ldots B'$$

$$z+\left(\frac{dz}{dt}\right)dt=z+vdt \ldots\ldots B''$$

Ergo

$$ZD(1+\delta)dz=DB(1+B')\left(\frac{dB''}{dz}\right)dz$$

Hinc facile colligitur

$$\frac{v}{Z}\left(\frac{dZ}{dz}\right)+\left(\frac{d\delta}{dt}\right)+\left(\frac{dv}{dz}\right)=0$$

Eliminata δ ex hac, & superiori aequatione (a), prodit

$$\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)=K^2\left(\left(\frac{d^2v}{dz^2}\right)+\left(\frac{dv}{dz}\right)\left(\frac{d\log Z}{dz}\right)+v\left(\frac{d^2\log Z}{dz^2}\right)\right) \ldots (a')$$

Ad argumentum nostrum quod spectat, satis erit in tubis conicis, et cylindricis propagationis legem (6°) expendere.

9. Sit primo considerandus tubus conicus. Constituatur in vertice origo linearum z, et una ex hisce lineis habeatur pro unitate, ad quam caeterae omnes referri debeant. Habeatur quoque pro unitate sectio respondens lineae 1, ut cum ea omnes aliae sectiones Z comparari possint. Erit $Z=z^2$; ideoque (a') mutabitur in

$$\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)=K^2\left(\left(\frac{d^2v}{dz^2}\right)+\frac{2}{z}\left(\frac{dv}{dz}\right)-\frac{2v}{z^2}\right);$$

cujus aequationis completum integrale est

$$v=\frac{K}{z^2}f(z+Kt)-\frac{K}{z}f'(z+Kt)+\frac{K}{z}F'(z-Kt)-\frac{K}{z^2}F(z-Kt).$$

Inde vero, & ex aequatione (a) colligitur

$$\delta=\frac{1}{z}f'(z+Kt)+\frac{1}{z}F'(z-Kt).$$

Denotant f, F binas functiones arbitrarias: insuper

$$f'=\left(\frac{df}{dz}\right),\ F'=\left(\frac{dF}{dz}\right)$$

10. Ad f, F determinandas, ponatur tempus $t=0$, et (6°) z non major quam r: initialis vero concussio concipiatur fieri unico temporis momento. Habetur in hac hypothesi

$$v=\phi z,\ \delta=\phi' z;$$

proinde

$$\frac{z^2}{K}\phi z=fz-Fz-z(f'z-F'z);\ z\phi' z=f'z+F'z$$

Fiat $y=fz+Fz$, $x=fz-Fz$, unde $fz=\frac{y+x}{2}$, $Fx=\frac{y-x}{2}$

Erit $dy=dzf'z+dz\,F'z=zdz.\,\phi' z$

$$y=\int zdz\,\phi' z$$

Erit quoque

$$dx=dzf'z-dzF'z$$

$$xdz-zdx=dz(fz-Fz)-zdz(f'z-F'z)=\frac{z^2dz}{K}\phi z$$

$$-z^2 d\left(\frac{x}{z}\right) = \frac{z^2 dz}{K}\varphi z$$

$$x = -\frac{z}{K}\int dz\varphi z.$$

Igitur

$$fz = \frac{1}{2}\int z dz\varphi' z - \frac{z}{2K}\int dz\varphi z$$

$$Fz = \frac{1}{2}\int z dz\varphi' z + \frac{z}{2K}\int dz\varphi z$$

$$f'z = \frac{1}{2}z\varphi' z - \frac{1}{2K}\int dz\varphi z - \frac{z}{2K}\varphi z$$

$$F'z = \frac{1}{2}z\varphi' z + \frac{1}{2K}\int dz\varphi z + \frac{z}{2K}\varphi z \ (*)$$

11. Harum aequationum secunda membra in nihilum rediguntur, quoties z praetegreditur limites o, et r. Debet igitur $z \pm Kt$ iisdem limitibus contineri, ut functiones $f(z+Kt)$, $f'(z+Kt)$, $F(z-Kt)$, $F'(z-Kt)$ reipsa sint aliquae: atqui si de aeris particulis loquimur sitis ultra r, cum t sit quantitas positiva, est semper $z+Kt>r$. Ad has ergo particulas quod attinet, erit $f(z+Kt)=o$, $f'(z+Kt)=o$; ideoque

$$v = \frac{K}{z}F'(z-Kt) - \frac{K}{z^2}F(z-Kt)$$

$$d = \frac{1}{z}F'(z-Kt)$$

Aereae igitur particulae non incipiunt moveri in loco z, nisi cum tempus sic increverit, ut habeatur $z-Kt=r$, seu $z=Kt+r$.

(*) Novi Comment. Acad. Petrop. Tom. 16. pag. 404; 405.

Hinc vero sequitur motum propagatum iri aequabiliter velocitate K per aerem tubo conico inclusum.

12. Quod si tubus fuerit cylindricus; cum in hujusmodi tubis nusquam varietur Z: iccirco (a') evadit

$$\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)=K\left(\frac{d^2v}{dz^2}\right)$$

cujus aequationis completum integrale est

$$v=f(z+Kt)+F(z-Kt).$$

Inde vero, et ex aequatione (a) deducitur

$$K\delta=F(z-Kt)-f(z+Kt)$$

13. Functiones F, f absque ulla difficultate determinantur: est enim (6°: 10°) $v=\phi z$, $\delta=\phi' z$, si $t=0$. Ergo $fz+Fz=\phi z$, $Fz-fz=K\phi' z$;

ideoque

$$Fz=\frac{\phi z+K\phi' z}{2}$$

$$fz=\frac{\phi z-K\phi' z}{2}$$

quarum aequationum secunda membra evanescunt, statim ac e limitibus o, r egreditur z. Erit itaque $f(z+Kt)=0$ in aereis particulis ultra r existentibus: proinde quoad hujusmodi particulas

$$v=K\delta=F(z-Kt).$$

Hinc sequitur in tubis cylindricis, omnino ut in conicis motum propagatum iri uniformiter velocitate K. Quamvis igitur augeantur aeris dimensiones; permanet nihilominus propagationis velocitas.

14. Ex his inferre conceditur velocitatem K eam esse, qua sonus horizontaliter in aperto aere diffunditur. Non me latet eandem illationem universim colligi, etsi homogeneus aer juxta trinam dimensionem directe consideretur (·): at investigatio sic instituta calculos exigit implicatiores, quam haec nostra exercitatio patiatur.

Jam vero (7°)

$$K = \sqrt{\frac{P}{D}(1+\beta)} = \sqrt{b(1+en)(1+\beta)}$$

Substitutis ergo numericis valoribus (3°:5°) quantitatum b, e, β, prodit

$$K = 104^m, 7246 \sqrt{g(1+n.0,00375)} \quad . \ . \ . \ . \ (a'')$$

Quoniam temperies n eo minor fit, quo altius supra terrestrem superficiem assurgimus: iccirco sursum propagabitur sonus motu aliquantulum retardato; in radiis autem sonoris ad rectam verticalem magis accedentibus, magis quoque retardabitur sonus. Itaque nisi ad altitudines illas, ubi eadem ad sensum servatur temperies, sonus in sphaeram non diffunditur.

Obiter hic adnoto, quod $1+\beta$ aequivalet rationi quam habet calor specificus aeris sub constanti pressione ad calorem specificum ipsius aeris sub constanti volumine (··): atque huc spectat nova formula, quam exhibuit La Place, ut soni velocitatem repraesentaret.

15. Videamus nunc quatenus cum experientia consentiat aequatio (a''). Apud Madras in India orientali D. Goldingham, experimentis per annum integrum multoties repetitis (···), exploravit soni celeritatem, seu spatium intra 1'' a sono percursum. Prodiit mediocris velocitas

(·) Journal de l'Ecole Polytechnique. Cahier 14.
(··) Annales de Phys. et de Chim. Tom. 23. pag. 12.
(···) Bibliotheque universelle. Tom. 30.

ped. Britan. 1134,33=345^m, 74.

Si ad latitudinem geographicam loci attendamus, ubi experimenta facta sunt (nimirum $12°\frac{1}{2}$ circiter), inveniemus $g=9^m,78035448$: fuit insuper mediocris temperies $n=84°,37.F=29°,09.C$; igitur

$$\sqrt{g(1+n.0,00375)}=3,293519:$$

ideoque aequatio (a″) praebet

$K=344^m, 91$.

Equidem D. Goldingham in suis observationibus etiam hygrometro usus est; sed instrumenti constructionem non patefecit.

16. In soni velocitatem diligentissime inquisiverunt anno 1822 DD Arago, Prony, Mathieu, Bouvard, Humboldt, et Gay-Lussac (*). Distantia, ad quam observationes de coruscatione flammae, et fragore instituebantur in explosionibus tormenti bellici, ea fuit, quae Monthlery, et Villejuif interjacet. Velocitas inde deducta seu spatium intra 1″ a sono percursum, aequat

$340^m, 89$.

Jam vero fuit temperies $n=15°,9$; in ea insuper regione est $g=9^m,808674$.

Ergo

$$\sqrt{g(1+n.0,00375)}=3,2238;$$

et consequenter $K=337^m,61$.

Hygrometricam quoque aeris constitutionem notarunt Auctores Cl. Cum enim soni velocitas dependeat ab elasticitate, ac densitate medii, per quod sonus diffunditur; cumque permanente pressione P, densitas aeris sicci alia sit a densitate

---

(*) Connaissance des tems pour l'an 1825.

aeris immixti aqueo vapori; propterea soni velocitas etiam cum vaporibus in aere latentibus quodammodo connecti dicenda est.

17. Sit D' densitas aquei vaporis, P' ejus tensio, seu elasticitas sub temperie n; D'' densitas, quam post evaporationem obtinet aer. Porro ad praefatam connexionem *aliquo pacto* definiendam, satis erit invenire D'', D', et resumpta aequatione

$$K = \sqrt{\frac{P}{D}(1+\beta)}$$

substituere $D' + D''$ in locum densitatis D.

Ad D'' quod pertinet; exprimit (3°) $bD''(1+ne) + P'$ elasticitatem fluidi, quod ex aere, et vapore existit; quae elasticitas cum ex hypothesi perseveret $= P$, erit proinde

$$bD''(1+en) + P' = P;$$

ideoque $$D'' = \frac{P - P'}{b(1+en)}$$

Quod autem spectat ad D'; fingamus aerem ita rarescere, ut ipsi restet elasticitas P'.

Erit (3°) $\frac{P'}{b(1+en)}$ ejus densitas; atqui, sub eadem temperie, ac pressione, densitas vaporis est ad aeris densitatem ut 5 : 8 (*).

Ergo $$D' = \frac{5P'}{8b(1+en)}$$

Proinde $$K = \sqrt{\frac{P(1+\beta)}{D'+D''}} = \sqrt{\frac{8Pb(1+en)(1+\beta)}{8P - 3P'}} =$$

$$104^{m},7246\sqrt{\frac{8Pg(1+n.0{,}00375)}{8P - 3P'}} =$$

(*) Biot. Traité de Phys. Tom. 1. Chap. 14.

Hinc sequitur augeri aliquantulum celeritatem soni ob aqueum vaporem in aere latentem.

18. Redeamus ad observationes DD^{um} Arago, Prony ——. Mediocris altitudo barometrica fuit $0^m, 7564$: index hygrometri (quod vocant *a capello*) ostendit grad. 72: in hac autem hygrometrica aeris constitutione, et sub temperie $15°,9$ assumi potest elasticitas $P' = 0^m, 00679$.

$$\text{Ergo } \sqrt{\frac{8P}{8P-3P'}} = 1,0016;$$

unde $K = 338^m, 15$

Consensus itaque experientiam inter, et hactenus expositam theoriam tantus est, ut major profecto postulari non debeat in argumento, quod pertractamus. Difficile admodum est in id genus observationibus ventorum vim prorsus eludere, aliasque causas declinare, quae huic consensui multipliciter nocere possunt. Mirum deinde quantum ardua res sit valorem $\frac{\omega}{A}$ (5) experimentis accuratissime definire.

19. Academici Parisienses anno 1738 velocitatem soni exploraturi, utique sciebant quomodo ventorum vim caverent (·); sed *reciprocae* tormenti bellici explosiones ad id adhibitae, utpote nimis sejunctae (intervallo nimirum 35′) non videntur ad propositum finem satis aptae: gravis enim subest suspicio immutatam interea fuisse haud perparum ventorum vim. Ex observationibus die 14, et 16 Martii habitis prodiit soni velocitas hexaped. $172,56 = 336^m, 32$.

Mediocris temperies fuit circiter 6° C; retinenda est insuper (16°) $g = 9^m, 808674$: hinc

$$\sqrt{g(1+n.0,00375)} = 3,16625;$$

unde $K = 331^m, 58$.

(·) Mem. de l'Acad. de sciences 1738.

Soni velocitatem, experientia duce, mensi sunt plures Physici, quos inter, ex Italis, memorari debent Academici Florentini (·), et Blanconus (··). Varias hujusmodi mensuras videre est in tabella, quam protulere DD Moll, Van-Beek (···); qui Auctores opus definiendæ velocitatis soni susceperunt anno 1823, perfeceruntque in Hollandia; assumpto ad observationes eo spatio, quod Zevenboompies, et Kooltjesberg interjacet. Tentamina sumpta die 28 Junii praebuerunt soni velocitatem $=339^m, 34$.

Fuit autem $n=11^\circ,215$; $P=0^m,74815$; $P'=0^m\,000840465$; praeterea $g=9^m, 81203$.
Ergo

$$\sqrt{g(1+n.0,00375)}=3,1976064$$

$$\sqrt{\frac{8P}{8P-3P'}}=1,000209$$

$$K=334^m\,94.$$

Tametsi explosionum reciprocatio dicitur facta eodem temporis momento, tamen inter experientiam, ac theoriam est differentia $4^m, 40$.

Nescio utrum quispiam animadverterit, alteram minus ab altera discrepare sub majori temperie, quam sub minori. Certe id in allatis exemplis luculenter apparet. Si res semper constanterque contingit, num ea repetenda erit ex parvula cohaesionis vi, ob quam aereae particulae quodam tenui nexu copulantur, aliisque causis, siquidem sunt, elasticitati obsistentibus, quas attenuat aucta temperies, quasque theoria minime contemplatur?

20. Juvat modo nonnullas affectiones attingere, quæ ad propagationis legem (6°) respiciunt. Quoniam tam in cylindricis,

(·) Atti, e memorie inedite dell' Accademia del Cimento. Tom. 2. Parte 2.
(··) Comment. Bononiens. Tom. 2.
(···) Bibliotheque universelle. Tom. 30.

quam in conicis tubis functiones exprimentes velocitatem v, et densationem δ, evanescunt, ubi $z-Kt$ ex limitibus o, et r egrediatur: hinc in utrisque tubis, imo et in aere aperto evanescent v, δ in distantia z, statim atque labente tempore, eo perveniatur, ut sit $z-Kt=o$: sed aereae particulæ in illa distantia densari, et moveri incipiunt, quando $z-Kt=r$ (11.13); certum est ergo in distantia qualibet z tremulum aeris motum minime duraturum ultra tempus $\frac{r}{K}$.

Ex his insuper patet fore ut v, δ evanescant in distantia $z-r$, statim ac incipiunt esse aliquae in distantia z: quaecumque igitur sit z, motu tremulo non cientur una, nisi particulae, efficientes stratum aereum crassitei r.

21. Cum pulsus in tubis conicis ad locum quemvis z pervenerit, ejus velocitas duabus constat partibus (11°), quarum altera sequitur rationem reciprocam distantiae z, altera rationem reciprocam duplicatam ejusdem z: functiones praeterea F, F' manent semper parvulae. In modica ergo distantia licebit secundam partem negligere; eritque in tubis conicis.

$$v=K\delta=\frac{K}{z}F'(z-Kt)$$

Quod si ab hujusmodi tubis ad apertum aerem transeamus; cum velocitas particularum sit in ratione reciproca distantiae a centro, unde promanat motus deferens sonum; cumque impulsio in auditus organum facta pendeat ab hac velocitate, liquet, quo longius abit sonus, eo etiam magis ipsum imminui. Impulsio insuper in organum auditus, tamquam in obicem facta, quadrato velocitatis statuenda videtur proportionalis: rationem ergo duplicatam distantiarum sequitur soni debilitatio.

21. Sumatur z negative in tubis cylindricis. Non poterit $z-Kt$ inter limites o, et r consistere; poterit autem $z+Kt$; unde (12°).

$$v=f(Kt-z)$$

$$K\delta=-f(Kt-z).$$

Igitur velocitati v negativae respondet verissima condensatio: quocirca mirandum non est, si non tantum plagam positivam versus, sed etiam versus negativam diffundatur sonus; quanquam possit interdum hoc non evenire, modo peculiaris quaedam statuatur relatio inter φ, et φ' (13°); uti consideranti patebit.

Etsi vero ex pulsu initiali deriventur in utramque plagam pulsus secundarii; nullus tamen horum pulsuum alios regredientes progignit: quod manifestum erit inspicienti relationem inter v, et Δ. Hinc explicat Eulerus (·) cur sonus alium sonum minime producat versus sonorum corpus.

23. Hactenus unicum initialem pulsum momento temporis genitum consideravimus. Videamus nunc quidnam sequi debeat ex successione brevissimarum oscillationum, quas corpus in aere, vel quovis alio elastico fluido demersum jugiter instaurat. Rem in solis tubis cylindricis expendam: ad hoc non contemplabor nisi oscillationes isochronas. Caeterum quaestionem istam ad Analysim revocavit Poisson (··); vir profecto summus, ac de omnibus Matheseos partibus sublimioribus bene merentissimus.

Dicatur θ tempus, intra quod it, ac redit data particula, binasque oscillationes aeque extensas obsolvit; z' spatiolum, quod particulae superest excurrendum, ut rursum perveniat ad aequilibrii positionem, unde initio discessit; v' velocitas, qua pollet in loco z'. Exprimet $C'z'$ vim acceleratricem, qua ibidem urgetur particula versus pristinam aequilibrii positionem: denotat C' quantitatem constantem.

Quare

$$C'z' = -\frac{v'dv'}{dz'};\quad C'z'dz' = -v'dv'.$$

(·) Hist. de l'Acad. de Berlin. an. 1759.

(··) Mem. de l'Acad. R. des sciences de l'Institut de France. An. 1817. pag. 326... 329. Nondum habere potui dissertationem, de qua loquitur Auctor = Annales de Chim, et de Phys. tom. 22. pag. 250. =

Ex integratione prodit

$$C'z'^2 = C - v'^2 \; ; \; z' = \sqrt{\frac{C - v'^2}{C'}}$$

Facto $z' = o$, erit v' velocitas, quam particula ad aequilibrii positionem rediens, ibidem habet; exprimit igitur C hujusce velocitatis quadratum.

Insuper $C'z' = \frac{dv'}{dt}$;

hinc $dt = \frac{dv'}{\sqrt{C'(C - v'^2)}}$:

ideoque, sumptis iterum integralibus,

$$t = C'' + \frac{1}{\sqrt{C'}} \text{arc} \left(\sin = \frac{v'}{\sqrt{C}}\right)$$

Ad constantes C', C'' definiendas, computetur tempus ab illo momento, in quo particula maxime transgressa positionem aequilibrii, incipit ad ipsam positionem redire. Erit $v' = o$, quando $t = o$; proinde $C'' = o$. Est adhuc $v' = o$, si $t = \frac{\theta}{2}$: ergo $C' = \frac{4\pi^2}{\theta^2}$; denotat π rationem semi-peripheriae ad radium 1.

Ex quibus facile deducitur.

$$v' = \sqrt{C}. \sin \frac{2\pi t}{\theta}$$

24. Jam si aereo strato, quod orificio tubi respondet, imaginemur ab oscillante particula communicari velocitatem v'; sicque turbari aequilibrium, in quo totus aer consistebat intra tubum; erit (12°).

$$f(Kt) + F(-Kt) = v' = \sqrt{C}. \sin \frac{2\pi t}{\theta}$$

ubi fuerit $z = o$. Aequilibrium autem ubilibet obtinebat in tubo, ante motus communicationem: itaque $v = o$, $\delta = o$, si $t = o$; proinde $fz = o$, $Fz = o$ quoad omnes quantitatis z positivos valores. Colligitur ex hoc fore semper $f(z + Kt) = o$, $f(Kt) = o$.

Quoniam evanescit $f(Kt)$; erit igitur

$$F(-Kt) = \sqrt{C}.\sin\frac{2\pi t}{\theta}$$

quia vero idem evenit functioni $f(z+Kt)$; icciřco

$$v = K\delta = F(z - Kt)$$

Potest insuper in prima ex hisce duabus aequationibus substitui $t - \frac{z}{K}$ in locum t, modo non sit $t < \frac{z}{K}$; unde sequitur

$$F(z - Kt) = \sqrt{C}.\sin\frac{2\pi}{\theta}\left(t - \frac{z}{K}\right)$$

Ergo

$$v = K\delta = \sqrt{C}.\sin\frac{2\pi}{\theta}\left(t - \frac{z}{K}\right)$$

25. Hinc ut habetur $t = \frac{z}{K}$, statim in distantia z inchoat motus: eadem nimirum hic obtinet propagationis velocitas K, ac in hypothesi unici pulsus initialis. Deinde qui gradus velocitatis communicantur primo strato ab oscillante particula; iidem et in caetera strata, una cum proportionali densitatis variatione δ, transfunduntur: totque proinde in tota fluidi amplitudine instaurabuntur oscillationes, quot in ipso primo strato excitantur. Tandem cum velocitas K nullo pacto varietur, utcumque increscant, vel minuantur quantitates C, θ; patet (23) sonum quemvis, sive intensum, sive remissum, sive gravem, sive acutum, eadem semper velocitate K aequabiliter incessurum.

Si quaeritur quanta sit amplitudo x' oscillationis, quam conficit aerea particula; id sciri facillime potest ex aequatione,

$$z' = \sqrt{\frac{C - v'^2}{C'}} = \sqrt{\frac{C - C\sin^2\frac{2\pi t}{\theta}}{\frac{4\pi^2}{\theta^2}}} = \sqrt{C}.\frac{\theta}{2\pi}\cos\frac{2\pi t}{\theta}$$

Nam facto $t = o$, erit

$$x' = 2z' = \frac{\theta}{\pi}\sqrt{C}$$

26. Fac $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ---, & $t - \frac{z}{K} = i\theta$, unde habes $z = K(t - i\theta)$.

Erit

$$v = K\delta = \sqrt{C}.\sin 2i\pi = o.$$

Sumptis ergo distantiis $z = Kt, K(t - \theta), K(t - 2\theta), K(t - 3\theta)$, --- nulla velocitas v, nullaque densitatis variato δ ibi invenietur: fluidum proinde in locis illis omnino quiescet, quando desinit tempus t; eritque usque ad $z = Kt$ in plures undas distinctum, similes, et aequales; quarum communis latitudo $= K\theta$; numerus vero $= \frac{z}{K\theta}$

27. Quantitas $\sqrt{C}.\sin\frac{2\pi}{\theta}\left(t - \frac{z}{K}\right)$ manet positiva ab

$t - \frac{z}{K} = i\theta$ ad $t - \frac{z}{K} = \left(i + \frac{1}{2}\right)\theta$;

manet negativa ab $t - \frac{z}{K} = \left(i + \frac{1}{2}\right)\theta$ ad $t - \frac{z}{K} = (i - 1)\theta$.

Erunt igitur v, δ positivae inter $z = K(t - i\theta)$,

$$\& \; z = K\left(t - \left(i + \frac{1}{2}\right)\theta\right);$$

erunt autem negativae inter $z = K\left(t - \left(i + \frac{1}{2}\right)\theta\right)$

$$\& \; z = K\left(t - (i+1)\theta\right):$$

in tribus hisce distantiis est praeterea $v = K\delta = 0$. Ergo quaelibet ex dictis undis constat duabus partibus aequalibus : densatur fluidum in anteriore parte, atque ab oscillante particula recedit: dilatatur in posteriore, et ad particulam ipsam accedit. Nullam insuper densitatis variationem patitur stratum medium, et in quiete consistit. Denique in medio semi-undae anterioris maxime densatur fluidum : maxime dilatatur in medio semi-undae posterioris: maxima viget utrobique particularum velocitas. Hoc ferme pacto luminosas undas constitutas assumunt qui in explicandis lucis phaenomenis Hugenianam theoriam hodie amplectuntur.

DE REFLEXIONE SONI.

28. Hoc argumentum universe, quoad fieri potest, persequitur Poisson (·), aerem considerando juxta trinam, quam obtinet, dimensionem. Nos cum la Grange (··) aeream tantum contemplabimur lineam firmo obice terminatam.

Sit l longitudo sonorae lineae ad obicem usque. Equidem inciperet in loco l aer moveri post tempus $\frac{l-r}{K}$; sed cum ibi, propter obstaculum, pereat tota velocitas; iccirco (12°).

$$f(l+Kt) + F(l-Kt) = 0$$

(·) Journal de l'Ecole Polytechnique. Cahier 14.
(··) Mecan. Anal. Tom. 2. pag. 353.

Ergo quemadmodum $F(l-Kt)$, ita functio $f(l+Kt)$ erit aliqua, si fuerit $l-Kt=r'$, seu $l+Kt=2l-r'$: non debet r' egredi extra fines o, et r. Inde sequitur functionem $f(z+Kt)$ fore aliquam, non modo si $z+Kt=r'$; ast etiam quando $z+Kt=2l-r'$, seu $z=2l-Kt-r'$

Decurrente autem tempore ultra $\frac{l-r'}{K}$; minuitur distantia z, et quae jam evaserat $=l$, fit $<l$: cum igitur desinat tunc esse $z-Kt=r'$; evanescet $F(z-Kt)$; supererit sola $f(z+Kt)$; ideoque

$$v=f(z+Kt)$$

$$K\Delta=-f(z+Kt).$$

Respondet nimirum distantiae z sic imminutae vera celeritas, veraque aeris densatio: sonus propterea obici illisus, quasi repellitur, atque repercutitur.

29. Pono quod jam abierit tempus t', postquam sonus resilire incepit. Erit

$$t=\frac{l-r'}{K}+t'$$

$$z=2l-Kt-r'=l-Kt'$$

$$l-z=Kt'$$

Quare ad distantiam $l-z$ ab obice non pervenit sonus repercursus, nisi quando t' ita increverit, ut Kt' aequet distantiam ipsam: eadem proinde velocitate K regreditur sonus, qua incedebat, antequam in obicem impingeret.

Nec mireris si plures docti viri tardiorem asseruere regressum; constat enim ipsos in errorem ex eo ductos quod languidior est sonus reflexus: hinc intulerunt, cum minori vi polleat, minori etiam celeritate debere progredi. Nondum ex Florentinorum, ac Derhami experimentis didicerant intensitatem, aut remissionem soni ad celeritatem nihil facere. Quod si qui etiam

propriis experimentis id deprehendere sibi visi sunt, ut sileam de diligentia, qua opus est hujusmodi experimenta instituere, quaeque fortasse in ipsis desiderari potuit; est etiam ratio cur tardius regredi quandoque sonus videatur. Haec non solum esse potest, quia aliquando non ille est obex unde vere reflectitur vox, ex quo tamen censetur reflecti, verum quod saepe per circumvolutionem quandam sonus redit ad aures.

30. Quorsum haec praecipue pertineant, nemo est qui non videt: sane ad explicanda usitatiora Echonis phaenomena.

At quae pars vocum non aureis accidit ipsas,
Praeterlata perit frustra, diffusa per auras,
Pars solidis allisa locis rejecta sonorem
Reddit, et interdum frustratur imagine verbi. (·)

Quod si eadem vox non semel, at saepius repetita audiatur; id evenire dicitur, vel quia duo sunt obices e regione collocati, vel quia plura in variis distantiis habentur obstacula; ut in vallibus, quas undique colles cingunt.

Sex etiam, aut septem loca vidi reddere voces,
Unam cum jaceres; ita colles collibus ipsis
Verba repulsantes iterabant dicta referre. (··)

Sed non omnia Echonis phaenomena ex simplici repercussione repetenda videntur. Sunt Echo debiles et languidae, ait Kircherus noster, sunt fortes, sunt stridulae, et streperae; sunt aliae jucundae, amenae, aliae luctuosae, et planctum aemulantes; sunt praeterea tinnulae, limpidae; quae quidem diversitas non nisi ex diversa repercutientium corporum constitutione venit . . . . Habent enim singula corpora aliam, et aliam partium coagmentationem; qua fit ut singula quoque diversos di-

(·) Lucret. De rer. nat, lib. 4.
(··) Lucret. ibid.

stinctosque sonos sortiantur . . . . Hinc fit, ut vox alicui corpori allapsa, ea qualitate, et proprietate, qua ipsum imbutum est, imbuta redeat (*).

31. Quid vero si lepidissima Echo etiam sine ullo reverberante obstaculo aliquando respondere videatur? Ut alia exempla praeteream, extat Lutetiae Parisiorum aquaeductus, longus 951^m, atque patens in utraque extremitate, ubi per aequalia intervalla sexies intra 3'' redditur, teste D.° Biot (**), vox apud alterum orificium prolata. Cujus phaenomeni rationem aliquam assequemur, si tremulum aeris motum in tubis cylindricis determinatae longitudinis l perpendamus.

De tremulo aëris motu in tubis cylindricis determinatae longitudinis.

32. Etsi ad rem nostram sufficeret contemplari tubos in utroque extremo patentes; placet nihilominus ab iis inchoare, quorum alterum orificium firmiter obseratum est, alterum apertum. Aequilibrium praeterea aereae columnae ita turbari ponam ut qui aer orificio aperto (ubi initium distantiae z constituo) respondet, nullam densitatis variationem subeat, et qui orificio clauso, nullatenus moveatur; non enim est mihi in animo vel leviter attingere novam de hoc argumento theoriam, quam Monumentis Academiae Parisiensis inseruit Poisson. (***).

Functiones (13°) φ, φ', ac proinde f, F tamquam datas assumo ab $z=o$ ad $z=l$; at cum brevi ex hujusmodi limitibus exeant quantitates $z+Kt$, $z-Kt$, reliquum est ut functiones $f(z+Kt)$, $F(z-Kt)$ definiantur e statu aeris apud extremitates tubi. Sed $\delta=o$, si $z=o$; $v=o$, si $z=l$; Hinc (12°)

(*) Phonurgia lib. 1. sectio. 1. Cap. 1.

(**) Mem. de la Soc. d'Arcueil. Tom. 2.

(***) Mem. de l'Acad. R. des Sciences de l'Institut de France an. 1817. pag. 332,.. 354.

$$f(l+Kt)+F(l-Kt)=o \quad \ldots \quad (a''')$$

$$F(-Kt)-f(Kt)=o \quad \ldots \quad (a^{IV})$$

In (a''') substituatur $Kt+l-z$ in locum Kt: prodit

$$f(2l+Kt-z)=-F(z-Kt) \quad \ldots \quad (a^{V});$$

unde (12°)

$$\left.\begin{array}{l} v=f(z+Kt)-f(2l+Kt-z) \\ K\phi=-f(z+Kt)-f(2l+Kt-z) \end{array}\right\} \ldots (a^{VI})$$

In (a^{V}) fiat $z=o$. Erit ob (a^{IV})

$$f(Kt+2l)=-F(-Kt)=-f(Kt) \quad \ldots \quad (a^{VII})$$

Subrogato $Kt+2l$ in locum Kt, habetur

$$f(Kt+4l)=-f(Kt+2l)=f(Kt) \quad \ldots \quad (a^{VIII}).$$

Denique si in (a^{V}) ponatur $Kt=o$, oritur

$$F(2l-z)=-Fz \quad \ldots \ldots \quad (a^{IX})$$

33. Aequationes $(a^{VIII}: a^{IX})$ satis sunt, ut functionem f considerare possimus veluti datam quoad omnes positivos valores quantitatis variabilis, ad quam respicit ipsa functio. Etenim ex statu intiali, atque arbitrario aereae columnae ad motum incitatae, data est F a $z=o$ ad $z=l$; ergo ob (a^{IX}) data erit f a $z=l$ ad $z=2l$: sed ex eodem statu jam data erat f a $z=o$ ad $z=l$; ergo dabitur f a $z=o$ ad $z=2l$. Aaequatio autem (a^{VIII}) rem evidentissime absolvit quoad caeteros quantitatis variabilis positivos valores. Ergo etc.

34. Quoniam a $z=o$ ad $z=2l$ dependet f ab initiali, atque arbitrario statu aereae columnae; poterit igitur sic assumi inter illos limites, ut facto $i=1, 3, 5, 7\ldots$, sit

$$f\left(K+\frac{4l}{i}\right)=-f\left(Kt+\frac{2l}{i}\right)=f(Kt).$$

Numeri pares $i=2, 4, 6\ldots$ debent excludi ob aequationem (a^{VII}).

Instaurantur ergo iidem functionis f valores, quotiescumque tempus t evadit $t+\frac{4l}{iK}$; sed a functione f unice dependent v, δ (32: a^{vi}). Columna igitur aerea in eundem restituitur statum per aequalia intervalla, suasque complet oscillationes intra tempus $\frac{4l}{iK}$;

quarum propterea numerus intra 1'' erit

$$n=\frac{iK}{4l}$$

35. Evanescet celeritas v, ubi fuerit $f(z+Kt)=f(2l+Kt-z)$; variatio autem δ redigetur in nihilum, si $f(z+Kt)=-f(2l+Kt-z)$ (32: a^{vi}). Primum contingit, quando $(2l+Kt-z)-(z+Kt)$, hoc est $2l-2z=\frac{4i'l}{i}$; secundum, quando $2l-2z=\frac{2i''l}{i}$ (43). Hinc I° facto $i'=0,1,2,3.....\frac{i-1}{2}$, quiescet aer in distantiis $z=\frac{l(i-2i')}{i}$.

II° facto $i''=1,3,5 \ldots i$, movebitur aer in locis $z=\frac{l(i-i'')}{i}$ quin tamen ullam patiatur densitatis variationem. Apertis itaque foraminibus in hisce locis, nullo pacto sonus mutari debet; quod experientiae consonum reperitur (·): imo non mutabitur sonus, licet tubo abscindatur pars l—z, quae ultra locum z ad fundum usque protenditur. Atqui pars reliqua nihil aliud est, quam tubus in utraque patens extremitate. Ergo si de hujusmodi tubis sermo sit, posita $\delta=0$ apud unum orificium, erit quoque apud alterum $\delta=0$.

(·) Biot. Traitè de Phys. Tom. 2. pag. 121.

36. In tubis itaque cylindricis, quorum ambo orificia libera omnino sunt, habetur (12°)

$$F(l-Kt)-f(l+Kt)=0$$

$$F(-Kt)-f(Kt)=0$$

Hinc facile deducuntur (32°) sequentes aequationes

$$f(2l+Kt-z)=F(z-Kt)$$

$$v=f(z+Kt)+f(2l+Kt-z)$$

$$K\delta=f(2l+Kt-z)-f(z+Kt)$$

$$f(Kt+2l)=F(-Kt)=f(Kt).$$

Quia vero a $z=0$ ad $z=2l$ rursus dependet f ab initiali, atque abitrario statu aereae columnae; iccirco poterit etiam asseri sequens aequatio

$$f\left(Kt+\frac{2l}{i}\right)=f(Kt).$$

In praesenti est $i=1, 2, 3, 4$ ~~~~.

37. Iterat ergo aerea columna per aequalia intervalla $\frac{2l}{iK}$ oscillationes suas, quarum proinde numerus intra 1″ erit,

$$n=\frac{iK}{2l}.$$

Cum quae ex theoria eliciuntur, tanto magis experientiae consentiant, quanto caeteris paribus, longiores sunt tubi, quibus utimur ad experimenta sumenda: nunquid non poterit ex oscillationibus sic iteratis illa Echo progigni, cujus supra (31°) meminimus; quin ullum reverberantem obicem cogamur astruere? Si cui tamen ista conjectura minime arrideat, malitque Echonem illam repetere ex aliquo interno aquaeductus

flexu (·), vel ex eo quod non ubique eadem amplitudo in ipso servetur, ego resistere, et repugnare non audeo.

38. Haud immoror inquisitioni distantiarum, ubi aer vel quiescit, vel nativam retinet densitatem: hujusmodi namque investigatio similiter perficitur ac in tubis, quorum unum orificium apertum est (35°). Satius forsan erit adnotare, quod, facto $i=1$, exhibet (37) aequatio $n=\frac{K}{2l}$ relationem inter principalem tonum n, redditum ab elastico fluido intra tubum oscillante, et velocitatem K, qua sonus incederet, si per ipsum fluidum propagaretur. Hinc patet quomodo experimentis (··) indagari possit velocitas K in aliis elasticis fluidis ab aere atmosphaerico diversis. Ex tentaminibus D.D^{um} Van-Rees, Frammeyer, et Moll prodit soni velocitas sub temperie 10.° C

in gaz oxigeno	$317^m,9$
hydrogenio	1233, 3
nitrogenio	339
oxido nitrico.	317, 4
acido sulphuroso . . .	229, 2
acido carbonico . . .	270, 7
suboxido carbonico. .	341, 1
etc. etc.	(···)

39. Si tubus proponatur utrinque obseratus, quisque videt fore $v=0$ apud ambas extremitates: unde (12°)

$$F(Kt)+F(-Kt)=0$$

(·) Beudant. Physique. Edit. 2. pag. 372.
(··) Biot: ibidem pag. 176... 182.
(···) V. Gerbi. Corso elem. di Fisica. Tom. 4. pag. 273.

$$f(l+Kt)+F(l-Kt)=0$$

quarum ope facile determinatur motus inclusi aeris.

DE PROPAGATIONE SONI PER LIQUIDA, ET PER SOLIDA CORPORA.

40. Etiam per aquam, itemque per solida corpora sonum diffundi, adeo constat experimentis, quae passim apud Physicorum Libros enarrata inveniuntur, ut in suadenda re tam perspecta adhuc versari supervacaneus profecto, ac omnino inutilis videatur labor. Melius erit de velocitate K′ ejusmodi propagationis generatim inquirere.

Lineam concipiamus subtilissimam, cujus partes contrahi perparum possint, atque restitui: quod in aqua certo experimur (·). Sit D densitas et P pressio, seu vis, ob quam particulae illius lineae sibi adjunctae in aequilibrio consistunt. Qua vero ratione alibi (6°) turbatum posuimus aequilibrium, eadem in praesenti imaginemur turbari: fingamus insuper quod quae particula loco z respondet jam elapso tempore t, spatiolum s confecerit; ibique P, D evaserint P′, $D(1+\delta)$.

Exprimet $P'+\left(\frac{dP'}{dz}\right)dz$ pressionem in loco $z+dz$; ideoque erit

$$-\left(\frac{dP'}{dz}\right)dz$$

vis motrix communicata. Est autem ex Dynamica

$$-\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)D(1+\delta)dz$$

(·) Annales de Chim. et de Phys. Tom. 22, pag. 192.

vis motrix actualis, negative sumpta. Ergo ob d'Alamberti principium

$$\left(\frac{dP'}{dz}\right)+\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)D(1+\delta)=0,$$

quae redigitur (7°) ad

$$\left(\frac{dP'}{dz}\right)+D\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)=0 \;\ldots\ldots\; (a^x)$$

41. Certum est variationem δ aliquo modo, quicumque ille sit, pendere ab incremento pressionis; unde,

$$P'=r(1+\delta)=C'+C\delta$$

$$\left(\frac{dP'}{dz}\right)=C\left(\frac{d\delta}{dz}\right).$$

Facile intelligitur esse $C'=P$, C vero quantitatem alteram constantem experimentis determinandam. Praeterea quae massa ante tempus t volumen dz occupabat, jam elapso t obtinet volumen $dz+\left(\frac{ds}{dz}\right)dz$; sed permanente massa sunt volumina reciproce ut densitates: Ergo

$$dz : dz+\left(\frac{ds}{dz}\right)dz=D(1+\delta) : D$$

$$\delta=-\frac{\left(\frac{ds}{dz}\right)}{1+\left(\frac{ds}{dz}\right)}=-\left(\frac{ds}{dz}\right)$$

$$\left(\frac{d\delta}{dz}\right)=-\left(\frac{d^2s}{dz^2}\right)$$

42. Quibus positis, aequatio (a^x : 40°) evidentissime transformatur in

$$\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)=\frac{C}{D}\left(\frac{d^2s}{dz^2}\right),$$

cujus completum integrale est

$$s=f\left(z+t\sqrt{\frac{C}{D}}\right)+F\left(z-t\sqrt{\frac{C}{D}}\right).$$

Denotet v velocitatem particulae in loco z post tempus t : erit ex Dynamica $v=\left(\frac{ds}{dt}\right)$; invenimus insuper (41°) $\delta=-\left(\frac{ds}{dz}\right)$. Igitur

$$v=\sqrt{\frac{C}{D}}.\left(f'\left(z+t\sqrt{\frac{C}{D}}\right)-F'\left(z-t\sqrt{\frac{C}{D}}\right)\right)$$

$$\delta=-f'\left(z+t\sqrt{\frac{C}{D}}\right)-F'\left(z-t\sqrt{\frac{C}{D}}\right)$$

Non pluribus opus est, ut quisque intelligat (11:13) quaesitam propagationis velocitatem esse $K'=\sqrt{\frac{C}{D}}$.

43. Quantitas C potest determinari ex parvula contractione ε, quam juxta suam longitudinem l, (haud variata diametro) patitur columna ex. gr. aquea ob datum incrementum p, superadditum pressioni P. Nam

$$l : l-\varepsilon = D(1+\delta) : D$$

$$\varepsilon : l = \delta : 1+\delta$$

$$\delta=\frac{\varepsilon}{l-\varepsilon}=\frac{\varepsilon}{l}$$

Sed (41°) $P'=P+p=P+C\delta$, igitur $p=C\delta=C.\frac{\varepsilon}{l}$; ideoque $C=\frac{lp}{\varepsilon}$ unde $K'=\sqrt{\frac{lp}{\varepsilon D}}$.

44. Si aequivalet p barometricae pressioni $0^m,76$; experimenta D[i] Canton (*) praebent quoad aquam $\varepsilon = (0,000046)l$, inter quem valorem, & quos nuper invenerunt (**) DD Parkins, & Oersted (nimirum $(0,000045)\,l$, $(0,000048)\,l$) parvula est differentia. Ponatur densitas mercurii $= 1$, sitque g gravitas: erit $p = (0,76)\,g = 0,76 \cdot 9,8088$; temperies insuper fuit

$10.^\circ$ C, ideoque $D = \frac{1}{13,5819}$ circiter.

Ergo $K' = 1483^m,59$.

Sonus videlicet propagatur per aquam plus quadruplo celerius, quam per aerem. D. Beudant (***) dicit in hac se fuisse sententia, ut ex suis experimentis in mari institutis, talem deduceret soni velocitatem, quae 1500^m saltem aequaret.

45. Manente $p = (0^m\,76)\,g$, obtinuit idem ipse Canton mercurii contractionem $\varepsilon = (0,000003)l$; assumpta igitur $D = 1$, erit

$$K' = 1576^m,35$$

velocitas, qua per mercurium diffunditur sonus. Antequam usum contractionis ε animadverteret Laplace ad definiendam soni velocitatem per liquida, & solida corpora, exhibuerat D. Chladni in sua Acustica aliam methodum, sane ingeniosam, ejusdem velocitatis investigandae in corporibus solidis.

46. Innititur ista methodus analogiae, quam norunt Physici inter oscillationes aeris in tubo cylindrico apud ambas extremitates aperto, & *longitudinales* oscillationes rigidae virgae, cujus ambo extrema omnino libera sint. Exprimat enimvero l oscillantis virgae longitudinem; n'' principalem tonum, quem

edit resonans virga. Erit (37.38) $n'' = \frac{K'}{2l}$, unde

(*) Transact. philos. An. 1764.
(**) Annal. de Chim. et de Phys. Tom. 22.
(***) Partie Physique 2. Edit. Pag. 295.

$n' : n'' = K : K'$

$$K' = K . \frac{n''}{n'}$$

Jam si velocitas soni per aerem repraesentetur per 1 ; experimenta D[i] Chladni praebent soni velocitatem K'

per stannum . . . . $7\frac{1}{2}$

per argentum 9

per cuprum 12

per ferrum, & vitrum . . . 17

per varia lignorum genera . . 11 ad 17.

Ad explorandam soni velocitatem per *ferrum fusionis* in promptu habebat D. Biot (*) 376 tubos ex hoc metallo compactos, quibus singulis mediocris erat longitudo duorum metr. cum partibus millesimis 515. Sumptis experimentis, prodiit soni velocitas $10\frac{1}{2}$; nisi quod jungebantur ii tubi ope plumbi, quod aliquanto sonum retardare videtur.

(*) Traité de Phys. Tom. 2. pag. 26.

THESES.

I.

Sonus primitivus oritur ex motu tremulo, satisque rapido particularum sonori corporis: derivatur vero per parem motum tremulum communicatum partibus elasticis contiguis, præsertim aeris usque ad aures.

II.

Sonus intensior ex eo gignitur, quod in sonoro corpore plures ejusdem partes simul oscillent, & majus spatium singulis oscillationibus dato tempusculo percurrant: atque ita in aere ex numero item, & majori oscillatione partium aeris, intensitas soni consistit: remissior autem sonus ex opposito.

III.

Soni gravis & acuti discrimen repetendum est ex numero vibrationum pari tempore peractarum in partibus sonori corporis; ita ut sonus gravior oriatur ex minus frequentibus vibrationibus sonori corporis: ex crebrioribus contra sonus acutus; idemque cum proportione de oscillationibus aeris in sono derivato.

IV.

In eadem atmosphæræ constitutione sonus æquabili celeritate in toto decursu propagatur: atque omnes soni sive intensi, sive remissi, sive graves, sive acuti æquali velocitate diffunduntur.

V.

Soni celeritas augetur a vento secundo; minuitur ab adverso.

VI.

Cum in directa propagatione sonorus aer offendit obicem aptum, reflectitur; atque hinc Echo plerumque gignitur.

VII.

Etiam per corpora liquida, itemque per solida sonus diffundi potest.

VIII.

Ex soni reflectione, aut alia quavis sonori aeris collectione, oritur notissimum phænomenon quod habetur in quibusdam muris formæ ex. gr. circularis, in aliquibus arcubus pontium, in cubiculis resonis ec.

IX.

In instrumentis mere pneumaticis soni genesis repetenda non est saltem præcipue ex oscillatione partium solidarum ipsius instrumenti.

X.

Vocis humanæ organum considerari maxime potest, tanquam instrumentum pneumaticum flexili & elastica materia ex parte compactum.

XI.

Auditus organum collocandum est in fibrillis nerveis per aurem internam, & præsertim intra cochleam disseminatis.

NIHIL OBSTAT

F. Bonav. Lollius Proc. et Cens, Theol.

NIHIL OBSTAT

Alexander Pieri.

IMPRIMATUR

Fr. Th. Dominicus Piazza O. P. Sac. Theol. Mag. et S. P. A. P. Magistro.

IMPRIMATUR

J. Della Porta Patr. Constantinop. Vicesg.